



试卷代号:11080

国家开放大学2024年春季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2024年7月

一、单项选择题(本题共5小题,每小题3分,共15分)

- 1. B                      2. C                      3. A                      4. D                      5. C

二、填空题(本题共5小题,每小题3分,共15分)

- 6. 4
- 7. 3
- 8. 0.7
- 9. 8
- 10.  $D(\theta_1) < D(\theta_2)$

三、计算题(本题共4小题,每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$[A : I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此,  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ . (10分)

于是由矩阵乘法可得

$$X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 8 & -5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}. \quad (16分)$$

注:用伴随矩阵法求  $A^{-1}$  正确也可得分.

12. 解:将线性方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$[A : B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -4 & 2 \\ 2 & 5 & -1 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & \lambda-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-5 \end{bmatrix}$$

由阶梯矩阵可知:当  $\lambda=5$  时,方程组有解. (7分)

方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = -2x_3 \\ x_2 = x_3 + 1 \end{cases}$  (其中  $x_3$  是自由未知数) (10分)

令  $x_3=0$ ,得方程组的一个特解  $X_0 = [0 \ 1 \ 0]'$  (12分)

不计最后一列,令  $x_3=1$ ,得相应的齐次线性方程组的一个基础解系  $X_1 = [-2 \ 1 \ 1]'$  (14分)

于是,方程组的通解为  $X_0 + kX_1$  (其中  $k$  为任意常数). (16分)

13. 解:(1)  $P(X < 5) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{5-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} < 1\right) = \Phi(1) = 0.8413$ . (8分)

(2)  $P(X > 9) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq \frac{9-3}{2}\right) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq 3\right) = 1 - \Phi(3) = 1 - 0.9987 = 0.0013$ . (16分)

14. 解:由于已知  $\sigma$ ,故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad (5分)$$

完成此项工作所需平均时间的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \quad (10分)$$

由已知,  $\bar{x}=15, \sigma=3, n=16, u_{0.975}=1.96$ ,于是可得

$$\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 15 - 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{16}} = 13.53,$$

$$\bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 15 + 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{16}} = 16.47,$$

因此,完成此项工作所需平均时间的置信度为 0.95 的置信区间为  $[13.53, 16.47]$ . (16分)

四、证明题(本题6分)

15. 证明:由  $A^2 + A - I = O$  可得

$$A(A+I) = (A+I)A = I$$

所以矩阵  $A$  可逆,其逆为  $A+I$ . (6分)