

国家开放大学2024年春季学期期末统一考试

经济数学基础1 试题

2024年7月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

附表

导数基本公式:

$(c)' = 0$

$(x^a)' = ax^{a-1}$

$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$(e^x)' = e^x$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

积分基本公式:

$\int 0 dx = c$

$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$\int e^x dx = e^x + c$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$

$\int \sin x dx = -\cos x + c$

$\int \cos x dx = \sin x + c$

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 下列函数中,在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是( ).  
A.  $y = \sin x$  B.  $y = e^x$   
C.  $y = x^2$  D.  $y = 3 - x$
2. 当  $x \rightarrow 0$  时,下列变量为无穷小量的是( ).  
A.  $e^x$  B.  $\ln(1+x)$   
C.  $\frac{1}{x}$  D.  $\frac{\sin x}{x}$
3. 下列结论正确的是( ).  
A. 若  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点,则  $x_0$  必是  $f(x)$  的驻点  
B. 若  $f'(x_0) = 0$ ,则  $x_0$  必是  $f(x)$  的极值点  
C. 若  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点,且  $f'(x_0)$  存在,则  $x_0$  必是  $f(x)$  的驻点  
D. 使  $f'(x)$  不存在的点  $x_0$  一定是  $f(x)$  的极值点
4. 设  $\int f(x) dx = F(x) + c$ ,则  $\int \sin x f(\cos x) dx = ( )$ .  
A.  $F(\sin x) + c$  B.  $-F(\sin x) + c$   
C.  $F(\cos x) + c$  D.  $-F(\cos x) + c$
5. 下列定积分计算正确的是( ).  
A.  $\int_{-1}^1 \sin x dx = 0$  B.  $\int_{-1}^1 x \sin x dx = 0$   
C.  $\int_{-1}^1 x^2 dx = 0$  D.  $\int_{-1}^1 (1-x) dx = 0$

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. 设  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,则  $f[f(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$ .
7. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续,则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .
8. 设某商品的需求函数为  $q(p) = \frac{20}{3} - \frac{2}{3}p$ ,其中  $p$  为价格,则需求弹性  $E_p = \underline{\hspace{2cm}}$ .
9. 已知曲线  $y = f(x)$  在任一点  $x$  处的切线的斜率为  $\sqrt{x}$ ,且曲线过点  $(4,5)$ ,则该曲线的方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
10. 微分方程  $(y'')^3 - x^4 y' + 2y = \cos x$  的阶数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ .
12. 设  $y = \sin^3 x + \log_5 x$ ,求  $dy$ .
13. 计算不定积分  $\int x \sqrt{2+x^2} dx$ .
14. 计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$ .

四、应用题(本题16分)

15. 某厂生产某种产品  $q$  件时的总成本函数为  $C(q) = 20 + 4q + 0.01q^2$  (元),单位销售价格为  $p = 14 - 0.01q$  (元/件),问产量为多少时可使利润达到最大? 最大利润是多少?

○-○-○

考点名称:

姓名:

学号:

○-○-○

试卷代号:22441

国家开放大学2024年春季学期期末统一考试

经济数学基础1 试题答案及评分标准

(供参考)

2024年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B            2. B            3. C            4. D            5. A

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6.  $x$

7. 1

8.  $\frac{p}{p-10}$

9.  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}$

10. 2

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 解:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}$  3分

$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1}$  6分

$= \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$  11分

12. 解:  $dy = d(\sin^3 x) + d(\log_5 x)$  2分

$= 3\sin^2 x d(\sin x) + \frac{1}{x \ln 5} dx$  8分

$= 3\sin^2 x \cos x dx + \frac{1}{x \ln 5} dx = (3\sin^2 x \cos x + \frac{1}{x \ln 5}) dx$  11分

13. 解:由换元积分法,设  $2+x^2 = u$ ,得 2分

$\int x \sqrt{2+x^2} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{2+x^2} d(2+x^2) = \frac{1}{2} \int \sqrt{u} du$  7分

$= \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} + c = \frac{1}{3} (2+x^2)^{\frac{3}{2}} + c$  11分

14. 解:由分部积分法得

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)$  3分

$= \frac{1}{2} x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin 2x dx$  8分

$= 0 + \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$  11分

四、应用题(本题16分)

15. 解:由已知  $R(q) = pq = (14 - 0.01q)q = 14q - 0.01q^2$ ,从而可得利润函数

$L(q) = R(q) - C(q) = 14q - 0.01q^2 - (20 + 4q + 0.01q^2)$   
 $= 10q - 0.02q^2 - 20$  6分

令  $L'(q) = 10 - 0.04q = 0$ ,解得唯一驻点  $q = 250$ .

又  $L''(q) = -0.04 < 0$ ,所以  $q = 250$  是利润函数  $L(q)$  的极大值,也是最大值,即当产量为 250 件时可使利润达到最大. 最大利润为

$L(250) = 10 \times 250 - 0.02 \times (250)^2 - 20 = 1230$ (元) 16分