

经济数学基础12 试题

2024年7月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 下列函数中,()是偶函数.
 - A. $y = x^2$
 - B. $y = 2^x$
 - C. $y = \ln x$
 - D. $y = \tan x$
2. 若 $f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $f'(x) = ()$.
 - A. $\frac{1}{x}$
 - B. $-\frac{1}{x}$
 - C. $\frac{1}{x^2}$
 - D. $-\frac{1}{x^2}$
3. 下列等式成立的是().
 - A. $\frac{1}{\sin^2 x} dx = d(\tan x)$
 - B. $\frac{3^x}{\ln 3} dx = d(3^x)$
 - C. $-\frac{1}{x} dx = d(\frac{1}{x^2})$
 - D. $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2d(\sqrt{x})$
4. 设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则下列等式成立的是().
 - A. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
 - B. $(AB)^T = A^T B^T$
 - C. $|A+B| = |A| + |B|$
 - D. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
5. 若线性方程组 $AX = b$ 只有唯一解, 则线性方程组 $AX = O$ ().
 - A. 有非零解
 - B. 只有零解
 - C. 无解
 - D. 解不能确定

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x}{3x^2 + 4} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. $\int (\sin x)' dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(1-x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. n 元齐次线性方程组 $AX = O$ 有非零解的充分必要条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 设 $y = x\sqrt{x} + e^{-x}$, 求 y' .
12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解矩阵方程 $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} X - X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$.
14. 求 λ 为何值时, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = \lambda \end{cases}$ 有解, 并求一般解.

五、应用题(本题20分)

15. 某厂生产某种产品 q 件时的总成本函数为 $C(q) = 20 + 4q + 0.01q^2$ (元), 单位销售价格为 $p = 14 - 0.01q$ (元/件), 问产量为多少时可使利润达到最大? 最大利润是多少?

试卷代号:22006

国家开放大学2024年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2024年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

- 1. A 2. D 3. D 4. A 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

- 6. $\frac{1}{3}$
- 7. $\sin x + c$
- 8. $-F(1-x) + c$
- 9. 2
- 10. $r(A) < n$

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解: $y' = (x\sqrt{x})' + (e^{-x})' = (x^{\frac{3}{2}})' + e^{-x} \cdot (-x)' = \frac{3}{2}\sqrt{x} - e^{-x}$ 10分

12. 解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4}x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解:矩阵方程可化简为

$$\left(\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} - I \right) X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

即

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

因此

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 5分$$

又由

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

可得 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ 12分

因此, $X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & -8 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}$ 15分

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 1 & -9 & \lambda-6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

因此,当 $\lambda - 3 = 0$ 即 $\lambda = 3$ 时,方程组有解. 10分

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 5x_3 - 1 \\ x_2 = 9x_3 - 3 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量. 15分

五、应用题(本题20分)

15. 解:由已知可得收入函数为

$$R(q) = pq = (14 - 0.01q)q = 14q - 0.01q^2$$

从而可得利润函数为

$$L(q) = R(q) - C(q) = 14q - 0.01q^2 - (20 + 4q + 0.01q^2) = 10q - 0.02q^2 - 20 \dots\dots\dots 10分$$

令 $L'(q) = 10 - 0.04q = 0$, 解得唯一驻点 $q = 250$.

又 $L''(q) = -0.04 < 0$, 所以 $q = 250$ 是利润函数 $L(q)$ 的极大值,也是最大值,即当产量为250件时可使利润达到最大. 最大利润为

$$L(250) = 10 \times 250 - 0.02 \times (250)^2 - 20 = 1230(\text{元}) \dots\dots\dots 20分$$