考点名称：________

姓名：________

学号：________

试卷代号：22332　　　　座位号□□

国家开放大学2024年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题

2024 年 7 月

注意事项：

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后，把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明，并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上，写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题，使用铅笔答题无效。

导数基本公式：	积分基本公式：
$(C)'=0$	$\int 0\mathrm{d}x=C$
$(x^\alpha)'=\alpha x^{\alpha-1}$	$\int x^\alpha \mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ (\alpha\neq -1)$
$(a^x)'=a^x\ln a\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$	$\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$
$(\mathrm{e}^x)'=\mathrm{e}^x$	$\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$
$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$	
$(\ln x)'=\frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\lvert x\rvert+C$
$(\sin x)'=\cos x$	$\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$
$(\cos x)'=-\sin x$	$\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$
$(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$
$(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+C$
$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin x+C$
$(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$	$\int \frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\arctan x+C$
$(\mathrm{arccot} x)'=-\frac{1}{1+x^2}$	

一、单项选择题(本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

1. 在下列指定的变化过程中，(　　)是无穷小量.

A. $\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}\ (x\to+\infty)$　　　B. $\sin\frac{1}{x}\ (x\to\infty)$

C. $\ln(x+2)\ (x\to 0)$　　　D. $x\sin\frac{1}{x}\ (x\to\infty)$

2. 下列各函数对中，(　　)中的两个函数相等.

A. $f(x)=x^0,g(x)=1$　　　B. $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1},g(x)=x-1$

C. $f(x)=\lg x^4,\ g(x)=4\lg x$　　　D. $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x,\ g(x)=1$

3. 函数 $y=2x^2+4x-3$ 在区间$(-6,6)$内满足(　　).

A. 先单调下降再单调上升　　　B. 单调下降

C. 先单调上升再单调下降　　　D. 单调上升

4. 下列极限计算正确的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1$　　　B. $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=0$

C. $\lim\limits_{x\to 0}\ln(1+x)=1$　　　D. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2-1}=\frac{1}{2}$

5. 若函数 $f(x)$在点 x_0 满足(　　)，则 $f(x)$在点 x_0 连续.

A. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$　　　B. $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$

C. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$　　　D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$

二、填空题(本题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

6. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{4x})^{2x}=$________.

7. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+k, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 $k=$________.

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^{2023}\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$,则 $f'(0)=$________.

9. $d[\int(\ln 3x+e^{2x})dx]=$________.

10. 若 $\int_{-\infty}^{0}e^{ax}dx=\dfrac{1}{3}$,则 $a=$________.

三、计算题(本题共 4 小题,每小题 11 分,共 44 分)

11. 设 $y=\sin 2x+\ln^3 x$,求 y'.

12. 计算定积分 $\int_{1}^{\sqrt{e}}x\ln x\,dx$.

13. 计算极限 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+6x-27}{x^2+2x-15}$.

14. 计算不定积分 $\int(7x-5)^{2023}dx$.

四、应用题(本题 16 分)

15. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为 6 m,问当底面半径与高分别为多少时,圆柱体的体积最大?

试卷代号:22332

国家开放大学2024年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

（供参考）

2024年7月

一、单项选择题(本题共5小题,每小题4分,共20分)

1.B　　2.D　　3.A　　4.D　　5.D

二、填空题(本题共5小题,每小题4分,共20分)

6. $\sqrt{e}$

7. 1

8. 0

9. $(\ln 3x+e^{2x})dx$

10. 3

三、计算题(本题共4小题,每小题11分,共44分)

11. 解:由导数四则运算法则和复合函数求导法则得:

$$y'=(\sin 2x+\ln^3 x)'$$
$$=(\sin 2x)'+(\ln^3 x)'$$
$$=\cos 2x\cdot(2x)'+3\ln^2 x\cdot(\ln x)'$$
$$=2\cos 2x+\frac{3\ln^2 x}{x}$$

……(11分)

12. 解:由分部积分法得

$$\int_1^{\sqrt{e}} x\ln x\,dx=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^{\sqrt{e}}-\frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{e}} x^2 d(\ln x)=\frac{e}{4}-\frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{e}} x\,dx=\frac{1}{4}$$

……(11分)

13. 解: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+6x-27}{x^2+2x-15}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(x+9)}{(x-3)(x+5)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+9}{x+5}=\dfrac{3}{2}$　……(11分)

14. 解:由换元积分法得

$$\int(7x-5)^{2023}dx=\frac{1}{7}\int(7x-5)^{2023}d(7x-5)=\frac{1}{7}\frac{(7x-5)^{2024}}{2024}+C=\frac{(7x-5)^{2024}}{14168}+C$$

……(11分)

四、应用题(本题16分)

15. 解:圆柱体的高 h 与底面半径 r 满足

$$h^2+r^2=6^2$$

圆柱体的体积公式为

$$V=\pi r^2 h$$

将 $r^2=36-h^2$ 代入得:

$$V=\pi(36-h^2)h$$

求导得

$$V'=\pi[-2h^2+(36-h^2)]=\pi(36-3h^2)$$

……(8分)

令 $V'=0$ 得 $h=2\sqrt{3}$,并由此解出 $r=2\sqrt{6}$.

即当底面半径 $r=2\sqrt{6}$ m,高 $h=2\sqrt{3}$ m时,圆柱体的体积最大.　……(16分)